UFPR - Universidade Federal do Paraná
Departamento de Matemática
CM312 Cálculo 2 - 2025/1 Data: 23/04/2025

Lista de Exercícios 4

1. Para cada função a seguir, determine o domínio e a imagem, e esboce o domínio.

   (a) $f(x,y) = -x^2 - y^2$

   (b) $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$

   (c) $f(x,y) = \dfrac{1}{x-y}$

   (d) $f(x,y) = x^2 \ln(x+y)$

   (e) $f(x,y) = \sqrt{x-2} + \sqrt{y-1}$

   (f) $f(x,y) = \sqrt{xy}$

   (g) $f(x,y) = \dfrac{x-y}{x+y}$

   (h) $f(x,y) = \dfrac{\sqrt{xy}}{x+1}$

2. Faça o esboço do mapa de contorno e do gráfico das funções a seguir.

   (a) $f(x,y) = y$

   (b) $f(x,y) = x^2$

   (c) $f(x,y) = 10 - 4x - 5y$

   (d) $f(x,y) = \cos(y)$

   (e) $f(x,y) = \operatorname{sen}(x)$

   (f) $f(x,y) = 2 - x^2 - y^2$

   (g) $f(x,y) = x^2 + 4y^2 + 1$

   (h) $f(x,y) = \sqrt{4x^2 + y^2}$

   (i) $f(x,y) = \sqrt{4 - 4x^2 - y^2}$

   (j) $f(x,y) = x^2 + 9y^2$

3. Uma companhia fabrica caixas de papelão em dois tamanhos: pequeno e grande. O custo de produção equivale a R$ 2,50 para a caixa pequena e R$ 4,50 para a caixa grande. Os custos fixos de produção correspondem a R$ 8.000,00.

   (a) Expresse o custo de produção de x caixas pequenas e y caixas grandes como uma função de duas variáveis $C = f(x,y)$.

   (b) Calcule $f(3000, 4000)$ e interprete o resultado.

   (c) Determine o domínio de f.

Gabarito

---

1. (a) $\mathrm{D}(f) = \mathbb{R}^2$, $\mathrm{Im}(f) = (-\infty, 0]$
   (b) $\mathrm{D}(f) = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, $\mathrm{Im}(f) = [0, +\infty)$
   (c) $\mathrm{D}(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq y\}$, $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
   (d) $\mathrm{D}(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > -y\}$, $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}$
   (e) $\mathrm{D}(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 2, y \geq 1\}$, $\mathrm{Im}(f) = [0, +\infty)$
   (f) $\mathrm{D}(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy \geq 0\}$, $\mathrm{Im}(f) = [0, +\infty)$
   (g) $\mathrm{D}(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq -y\}$, $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}$
   (h) $\mathrm{D}(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq -1, xy \geq 0\}$, $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}$

2. Utilize uma calculadora gráfica.

3. (a) $f(x,y) = 2,5x + 4,5y + 8000$
   (b) 33.500
   (c) $\mathrm{D}(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\}$