UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPTO. DE ESTATÍSTICA

2ª LISTA DE EXERCICIOS CE330 – FUNDAM. MAT. PARA PROBABILIDADE

Prof. Benito Olivares Aguilera 2° Sem./2023

1. Usando as definições e propriedades verifique as seguintes identidades. Também verifique utilizando diagramas de Venn.

a) $A \setminus (A \cap B) = A \setminus B$.
b) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.
c) $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (C \setminus A)$.
d) $(A \cap B) \setminus B = \emptyset$.
e) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$.
f) $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus B$.

2. Use a representação lógica dos seguintes conjuntos e logo determine quais são equivalentes entre si:

a) $(A \setminus B) \setminus C$.
b) $A \setminus (B \setminus C)$.
c) $(A \setminus B) \cup (A \cap C)$.
d) $(A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.
e) $A \setminus (B \cup C)$.

3. Utilize diagramas de Venn para mostrar que a diferença simétrica satisfaz a propriedade associativa, isto é, para quaisquer conjuntos A, B e C: $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$.

4. Use qualquer método para verificar as seguintes identidades:

a) $(A \Delta B) \cup C = (A \cup C) \Delta (B \setminus C)$.
b) $(A \Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C)$.
c) $(A \Delta B) \setminus C = (A \setminus C) \Delta (B \setminus C)$.
d) $(A \cup B) \Delta C = (A \Delta C) \Delta (B \setminus A)$.
e) $(A \cap B) \Delta C = (A \Delta C) \Delta (A \setminus B)$.
f) $(A \setminus B) \Delta C = (A \Delta C) \Delta (A \cap B)$.

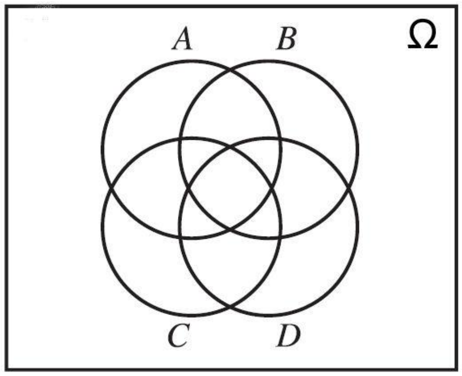
5. Preencha os espaços em branco para fazer verdadeiras as seguintes identidades:

a) $(A \Delta B) \cap C = (C \setminus A) \Delta$ ________.
b) $C \setminus (A \Delta B) = (A \cap C) \Delta$ ________.
c) $(B \setminus A) \Delta C = (A \Delta C) \Delta$ ________.

6. Prove formalmente que

a) se $A \cap B = A$ então $A \subseteq B$.
b) se $A \setminus B \subseteq C$ então $A \setminus C \subseteq B$.
c) se $A \cap C \subseteq B$ e $a \in C$ então $a \notin A \setminus B$.

7. Tente localizar no seguinte diagrama de Venn o conjunto (A ∩ D) \ (B ∪ C). Detectou algum problema? Formule alguma explicação e proponha uma solução.



8. Em um programa de intercâmbio 35 estudantes estrangeiros vieram ao Brasil. Deles, 16 visitaram Manaus; 16, São Paulo e 11, Salvador. Desses estudantes, 5 visitaram Manaus e Salvador e, desses 5, 3 visitaram também São Paulo. Qual o número de estudantes que visitaram Manaus ou São Paulo?

9. Seja Ω um conjunto não vazio e seja $\mathcal{A} = \{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$ uma família (ou classe) de subconjuntos de Ω. Diremos que $\mathcal{A}$ é uma álgebra sobre Ω se satisfaz:

i) $\Omega \in \mathcal{A}$,
ii) se $A_i \in \mathcal{A}$ então ${A_i}^c \in \mathcal{A}, \forall i = 1,2, \cdots, n$.
iii) $\forall n$, se $A_1, A_2, \cdots, A_n \in \mathcal{A}$ então $\bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A}$.

a) Qual a menor álgebra possível?
b) Qual a menor álgebra contendo um conjunto A?
c) Para $\Omega = \{1,2, \cdots, 6\}$ comprove que $\mathcal{P}(\Omega)$ (o conjunto das partes de Ω) é uma álgebra.

10. Sejam A, B , C e D conjuntos sobre Ω. Prove formalmente que:

a) A × (B ∩ C) = (A × B) ∩ (A × C).
b) A × (B ∪ C) = (A × B) ∪ (A × C).
c) (A × B) ∩ (C × D) = (A ∩ C) × (B ∩ D).
d) (A × B) ∪ (C × D) ⊆ (A ∪ C) × (B ∪ D).
e) A × ∅ = ∅ × A = ∅.